

MP2I : COLLE 7 (18/11/24 AU 22/11/24)

Reprise du programme précédent (complexes)

CHAPITRE 9 : CALCUL INTÉGRAL

- ▶ Théorème fondamental de l'analyse : toute fonction continue sur un intervalle y admet des primitives (admis à ce stade de l'année).

L'intégrale d'une fonction continue f sur un segment $[a, b]$ est alors (provisoirement) définie par $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b$.

Premières propriétés de l'intégrale : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance, inégalité triangulaire.

$F : x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a .

- ▶ Primitives usuelles, incluant $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{1}{1+x^2}$, $\ln(x)$, $\tan(x)$ et $\text{th}(x)$. Primitives de $u'u^n$, $u'e^u$, $\frac{u'}{u}$, $\ln(u)$.

Primitives des éléments simples de première espèce, et des éléments simples de seconde espèce de la forme

$\frac{1}{1+x^2}$, $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$, mais pas de $\frac{ax+b}{(cx^2+dx+e)^n}$ pour $n \geq 2$.

Des exercices sont possibles sur ces éléments de seconde espèce, mais doivent être guidés.

Intégration des polynômes trigonométriques par linéarisation (formules d'Euler).

- ▶ Intégration par parties.

- ▶ Changement de variable.

*Les changements de variable peuvent être donnés **ou non** dans l'énoncé.*

- ▶ Application de l'intégration par parties et du changement de variable au calcul de primitives.

Note aux colleurs : les règles de Bioche, leurs analogues hyperboliques, ou toute règle «old school» concernant les changements de variable dans des intégrales abéliennes ont complètement disparu des programmes (ce qui n'empêche pas de calculer lesdites intégrales à condition que le changement de variable soit donné).