MP2I : Colle 6 (12/11/24 au 15/11/24)

Chapitre 7 : Nombres complexes

- *Reprise de tout le début du chapitre (cf programme précédent).*
- Formules d'Euler et de Moivre, applications à la trigonométrie (et notamment à la linéarisation).
- Exponentielle complexe : définition ($e^z = e^{\mathrm{Re}(z)} e^{i\,\mathrm{Im}(z)}$), exponentielle d'une somme.
  $e^z = e^{z'}$ si et seulement si $z \equiv z' \quad [2i\pi]$.
- Racines carrées d'un nombre complexe. Détermination des racines carrées d'un complexe sous forme exponentielle et sous forme algébrique. Équations polynomiales de degré 2 à coefficients complexes. Relations racines/coefficients, application à la résolution de systèmes du type $\begin{cases} x+y=s \\ xy=p \end{cases}$.
- Racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité. Définitions, ensemble $\mathbf{U}_n$ des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité.
  $\mathbf{U}_n = \left\{\zeta^k,\ k \in [\![0, n-1]\!]\right\}$ où $\zeta = e^{2i\frac{\pi}{n}}$. $\displaystyle\sum_{\omega \in \mathbf{U}_n} \omega = 0$. Racines $n^{\text{èmes}}$ d'un complexe.
- Application des complexes à la géométrie. Interprétation de l'argument de $\dfrac{b-a}{d-c}$. Translations, homothéties, rotations. Similitudes directes. Une fonction $f : \mathbf{C} \to \mathbf{C}$ est une similitude directe si et seulement si elle est de la forme $z \mapsto az + b$.
  $z \mapsto az + b$ est une translation si et seulement si $a = 1$, et sinon c'est une similitude directe de rapport $|a|$, et d'angle $\arg(a)$, et dont le centre est l'unique point fixe.

Chapitre 8 : Introduction à la décomposition en éléments simples

- *Aucune preuve n'a été donnée dans ce chapitre. Les étudiants doivent savoir quelle forme possède la décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle à coefficients réels et de degré négatif, et savoir calculer cette décomposition.*