

MP2I : COLLE 6 (13/11/23 AU 17/11/23)

Reprise du programme précédent (ensembles) plus :

CHAPITRE 7 : NOMBRES COMPLEXES

- ▶ Définition des complexes, forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire. Conjugué d'un nombre complexe.
- ▶ Module d'un nombre complexe, module d'un produit, d'un quotient, du conjugué. Inégalité triangulaire, avec cas d'égalité.
- ▶ Groupe des nombres complexes de module 1 (noté \mathbf{U}). Notation $e^{i\theta}$. Argument(s) d'un nombre complexe, argument principal. Forme exponentielle d'un complexe. Formules d'Euler et de Moivre, applications à la trigonométrie (et notamment à la linéarisation).
- ▶ Exponentielle complexe : définition ($e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i\operatorname{Im}(z)}$), exponentielle d'une somme.
 $e^z = e^{z'}$ si et seulement si $z \equiv z' [2i\pi]$.
- ▶ Racines carrées d'un nombre complexe. Détermination des racines carrées d'un complexe sous forme exponentielle et sous forme algébrique. Équations polynomiales de degré 2 à coefficients complexes. Relations racines/coefficients, application à la résolution de systèmes du type $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$.
- ▶ Racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité. Définitions, ensemble \mathbf{U}_n des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité.
 $\mathbf{U}_n = \{\zeta^k, k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket\}$ où $\zeta = e^{2i\frac{\pi}{n}}$. $\sum_{\omega \in \mathbf{U}_n} \omega = 0$. Racines $n^{\text{èmes}}$ d'un complexe.
- ▶ Application des complexes à la géométrie. Interprétation de l'argument de $\frac{b-a}{d-c}$. Translations, homothéties, rotations. Similitudes directes. Une fonction $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ est une similitude directe si et seulement si elle est de la forme $z \mapsto az + b$.
 $z \mapsto az + b$ est une translation si et seulement si $a = 1$, et sinon c'est une similitude directe de rapport $|a|$, et d'angle $\arg(a)$, et dont le centre est l'unique point fixe.