

# MP2I : COLLE 4 (14/10/24 AU 18/10/24)

---

Reprise de tout le programme précédent plus :

## CHAPITRE 5 : FONCTIONS USUELLES

- ▶ Fonction cosinus, sinus et tangente hyperbolique (seule relation de trigonométrie hyperbolique au programme :  $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$ ).  
*Pour ces fonctions, la dérivabilité, la monotonie, la parité et les limites ont été étudiées.*
- ▶ Fonctions sinus, cosinus et tangente : définition (géométrique), dérivées, périodicité. Relation fondamentale  $\cos^2 + \sin^2 = 1$ .  
 $\forall x \in \mathbf{R}, |\sin(x)| \leq |x|$ .
- ▶ Formules d'addition :  $\cos(a \pm b), \sin(a \pm b), \tan(a \pm b)$ . Formules de duplication :  $\cos(2x)$  et  $\sin(2x)$ . Expression de  $\cos^2$  et  $\sin^2$  en fonction de  $\cos(2x)$ .
- ▶ Formules de développement :  $\cos(a)\cos(b), \sin(a)\sin(b)$  et  $\sin(a)\cos(b)$ . **Les formules pour  $\cos p \pm \cos q$  ou  $\sin p \pm \sin q$  n'ont pas été vues en cours et seront abordées dans le chapitre de complexes.**
- ▶ Expression de  $\cos(x), \sin(x)$  et  $\tan(x)$  en fonction de  $t = \tan(x/2)$ .  
*Le programme officiel de la filière mentionne explicitement que ces formules ne sont pas à connaître, mais que les étudiants doivent savoir les retrouver.*
- ▶ Équations et inéquations trigonométriques (avec utilisation du cercle trigonométrique). Conditions nécessaires et suffisantes pour que  $\cos(a) = \cos(b), \sin(a) = \sin(b), \tan(a) = \tan(b)$  (preuves non exigibles).  
Transformation des expressions de la forme  $a \cos(x) + b \sin(x)$  en  $A \cos(x + \varphi)$ .
- ▶ Fonction trigonométriques réciproques : Arcsin, Arccos et Arctan.

Un réel  $\theta$  vérifie  $\theta = \operatorname{Arcsin}(x)$  si et seulement si  $\begin{cases} \sin \theta = x \\ \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \end{cases}$ , relations analogues pour Arccos et Arctan.

Dérivabilité et dérivée de Arccos, Arcsin et Arctan.

$$\operatorname{Arccos}(x) + \operatorname{Arcsin}(x) = \frac{\pi}{2}, \quad \operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan} \frac{1}{x} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$