MP2I : Colle 3 (06/10/25 au 10/10/25)

Reprise du programme précédent plus :

Chapitre 4 : rappels et compléments sur les fonctions

- *Reprise du début du chapitre*
- Fonctions dérivables : rappel de la définition de la dérivée, une fonction dérivable est continue (*admis*), formules usuelles pour la dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée (*admises à ce stade*). Une fonction dérivable sur un intervalle I est croissante (resp. décroissante) si et seulement si $\forall x \in I,\ f'(x) \geqslant 0$ (resp $f'(x) \leqslant 0$). Une fonction dérivable sur un intervalle, dont la dérivée est positive et ne s'annule qu'un nombre fini de fois est strictement croissante.
- Introduction à la notion de bijection (une fonction numérique f définie sur I et à valeurs dans J réalise une bijection de I sur J ssi $\forall y \in J, f(x) = y$ possède une unique solution $x \in I$), bijection réciproque. $f \circ f^{-1} = \mathrm{id}_J$ et $f^{-1} \circ f = \mathrm{id}_I$. Théorème de la bijection (*admis à ce stade*) : si f est une fonction continue et strictement croissante sur un intervalle I, alors $f(I)$ est un intervalle, f réalise une bijection de I sur $f(I)$ et f^{-1} est continue sur $f(I)$. Monotonie de la bijection réciproque d'une fonction monotone et bijective. Notion de point fixe, application du théorème de la bijection à la recherche de point fixe.
  Si $f : I \to J$ est dérivable, bijective et que f' ne s'annule pas sur I, alors f^{-1} est dérivable sur J (*admis*) et $\forall x \in J, (f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.

Chapitre 5 : Ensembles

- Introduction à la notion d'ensemble. Ensembles définis en extension, en compréhension. Ensemble vide.
- Inclusion, égalité d'ensembles. Ensemble des parties d'un ensemble (notation : $\mathscr{P}(E)$).
- Union (finie ou infinie), intersection (idem), différence, complémentaire. Partition d'un ensemble E.