

# MP2I : COLLE 18 (17/02/25 AU 21/02/25)

---

Reprise du programme précédent (polynômes)

## CHAPITRE 19 : ANALYSE ASYMPTOTIQUE

- ▶ Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence pour les suites (notations  $O/o/\sim$ ). Caractérisation via le quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  dans le cas où  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
- ▶ Opérations sur les  $o$  et les équivalents. Le signe et la limite (dans  $\overline{\mathbf{R}}$ ) sont conservés par équivalence.
- ▶ Croissances comparées usuelles :  $(\ln n)^\alpha$ ,  $n^\beta$ ,  $q^n$ ,  $n!$ ,  $n^n$ . Formule de Stirling :  $n! \sim n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$  (admis pour l'instant).
- ▶ Extension au cas des fonctions, règle de calcul sur les  $o$  et les équivalents (notamment la composition à droite).  $e^f \sim e^g$  ssi  $f - g \rightarrow 0$ . Si  $f \sim g \rightarrow \ell$  avec  $\ell \in \overline{\mathbf{R}} \setminus \{1\}$ , alors  $\ln f \sim \ln g$ .
- ▶ Croissances comparées usuelles en 0 et en  $+\infty$ .
- ▶ Formule de Taylor-Young à l'ordre 1 et développements limités à l'ordre 1 en 0 :

$$e^x, \frac{1}{1+x}, \frac{1}{1-x}, (1+x)^\alpha, \ln(1+x), \sin, \tan, \text{Arcsin}, \text{Arctan}, \text{Arccos}, \text{sh}, \text{th}.$$

$$\cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2), \quad \text{ch}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2), \quad \ln(x) \underset{x \rightarrow 1}{\sim} x - 1.$$

- ▶ Domination et notation  $O$ . Si  $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(v_n)$  ou si  $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \lambda u_n$ , alors  $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(v_n)$ .
- ▶ Extension aux suites et aux fonctions à valeurs complexes.