

MP2I : COLLE 17 (12/02/24 AU 16/02/24)

Reprise du programme précédent (polynômes) plus

ANALYSE ASYMPTOTIQUE

- ▶ Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence pour les suites (notations $O/o/\sim$). Caractérisation via le quotient $\frac{u_n}{v_n}$ dans le cas où (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
- ▶ Opérations sur les o et les équivalents. Le signe et la limite (dans $\overline{\mathbf{R}}$) sont conservés par équivalence.
- ▶ Croissances comparées usuelles : $(\ln n)^\alpha$, n^β , q^n , $n!$, n^n . Formule de Stirling : $n! \sim n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}$ (admis pour l'instant).
- ▶ Extension au cas des fonctions, règle de calcul sur les o et les équivalents (notamment la composition à droite). $e^f \sim e^g$ ssi $f - g \rightarrow 0$. Si $f \sim g \rightarrow \ell$ avec $\ell \in \overline{\mathbf{R}} \setminus \{1\}$, alors $\ln f \sim \ln g$.
- ▶ Croissances comparées usuelles en 0 et en $+\infty$.
- ▶ Formule de Taylor-Young à l'ordre 1 et développements limités à l'ordre 1 en 0 :

$$e^x, \frac{1}{1+x}, \frac{1}{1-x}, (1+x)^\alpha, \ln(1+x), \sin, \tan, \text{Arcsin}, \text{Arctan}, \text{Arccos}, \text{sh}, \text{th}.$$

$$\cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2), \quad \text{ch}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^2), \quad \ln(x) \underset{x \rightarrow 1}{\sim} x - 1.$$

- ▶ Domination et notation O . Si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(v_n)$ ou si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \lambda u_n$, alors $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(v_n)$.
- ▶ Extension aux suites et aux fonctions à valeurs complexes.