## MP2I: Colle 16 (03/02/25 au 07/02/25)

## Chapitre 17: Limite d'une fonction, continuité

- ► Reprise du début du chapitre
- ▶ Si f est définie en a et si  $\lim_{x\to a} f(x) = \ell \in \overline{\mathbf{R}}$ , alors  $\ell = f(a)$ . Une telle fonction est dite continue en a.
- ► Continuité à droite, à gauche. Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Opérations sur les fonctions continues.
- ▶ Fonction continue sur un ensemble *I*. Notation  $\mathscr{C}(I, \mathbf{R})$ . Il s'agit d'un sous-anneau de  $\mathscr{F}(I, \mathbf{R})$ .
- ▶ Théorème des valeurs intermédiaires. Extension aux intervalles ouverts avec des limites (aucun énoncé général n'a été donné en cours, mais des cas particuliers avec des limites finies/infinies en des bornes finies/infinies ont été traites, et peuvent faire l'objet d'un exercice).
  - Théorème de la bijection. Théorème des bornes atteintes : une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.
- ▶ Une fonction continue sur un intervalle est injective si et seulement si elle est strictement monotone. Elle réalise alors une bijection de I sur f(I), et sa bijection réciproque est continue de même monotonie.
- ▶ Extension au cas des fonctions complexes. Si  $f: I \to \mathbb{C}$  est continue, alors |f| est bornée et atteint ses bornes.

## CHAPITRE 18: POLYNÔMES À UNE INDÉTERMINÉE

La plupart des définitions ont été données pour K corps quelconque, mais le programme officiel nous demande de nous limiter à K = R ou K = C.

- ▶ Définition des polynômes, structure d'anneau commutatif. Composition des polynômes.
- ▶ Degré d'un polynôme, ensemble  $\mathbf{K}_n[X]$ , intégrité de  $\mathbf{K}[X]$ .
- ▶ Polynôme dérivé/dérivé nème. Dérivée d'une somme/d'un produit/d'une composée. Formule de Leibniz.
- $\blacktriangleright$  Relation de divisibilité dans K[X]. Division euclidienne.