

# MP2I : COLLE 15 (28/01/25 AU 31/01/25)

---

Reprise du programme précédent (arithmétiques) plus :

## CHAPITRE 17 : LIMITE D'UNE FONCTION, CONTINUITÉ

- ▶ Notion de point adhérent à un ensemble. Limite (finie ou infinie) d'une fonction en un point adhérent à son ensemble de définition.  
*Les étudiants doivent être capables de manipuler les 9 définitions quantifiées de limites (finies ou infinies, en un réel ou en  $\pm\infty$ ), mais également savoir manipuler les notions de voisinage.*
- ▶ Limite à gauche et limite à droite en un point. Une fonction  $f$  admet une limite en  $a$  si et seulement si elle admet une limite à droite et une limite à gauche, et que ces limites sont égales (et égales à  $f(a)$  s'il est défini).
- ▶ Caractérisation séquentielle des limites.
- ▶ Opérations usuelles sur les limites : somme, produit, composition (la preuve en a été donnée en termes de voisinages, mais doit savoir être refaite avec des quantificateurs en distinguant les cas des limites finies/infinies).  
Le produit d'une fonction bornée par une fonction de limite nulle tend vers 0.  
Une fonction qui admet une limite finie en  $a \in \overline{\mathbf{R}}$  est bornée au voisinage de  $a$ .
- ▶ Passage à la limite dans les inégalités, théorèmes d'encadrement.
- ▶ Théorème de la limite monotone. Application : une fonction croissante admet une limite finie en tout  $a$ , et  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \leq f(a) \leq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .