

# MP2I : COLLE 13 (13/01/25 AU 16/01/25)

---

Reprise du programme précédent (calcul matriciel) plus :

## CHAPITRE 15 : STRUCTURES ALGÈBRIQUES

- ▶ Lois de composition interne. Associativité, commutativité, distributivité d'une loi sur une autre. Partie stable par une LCI.
- ▶ Élément neutre, unicité en cas d'existence. Éléments inversibles, inverse d'un produit. Les éléments inversibles sont réguliers.
- ▶ Groupes. Exemples :  $\mathbf{C}, \mathbf{R}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{N}, \mathbf{C}^*, \mathbf{R}^*, \mathbf{Q}^*, \mathcal{M}_n(\mathbf{K}), GL_n(\mathbf{K}), \mathfrak{S}(E)$ . Groupes de cardinal 2 et 3. Produit direct de deux groupes.
- ▶ Sous-groupes. Caractérisation des sous-groupes. Exemples :  $\mathbf{U}, \mathbf{U}_n$ , divers exemples de groupes de matrices. Intersection de sous-groupes. Groupe engendré par un élément.
- ▶ *La notion d'ordre d'un élément et le théorème de Lagrange sont hors-programme et n'ont pas été mentionnés en cours.*
- ▶ Morphismes de groupes : définition, composée de morphismes, isomorphismes, automorphismes. Caractérisation de l'injectivité par le noyau.
- ▶ Anneaux (unitaires). Calculs dans un anneau : binôme, factorisation de  $a^n - b^n$ . Sous-anneaux. Anneau  $E^A$  des fonctions à valeurs dans un anneau  $A$ .
- ▶ Diviseurs de zéros, anneau intègre, éléments inversibles, groupes des unités de  $A$  (noté  $A^\times$  ou  $U(A)$ ).
- ▶ Morphismes d'anneaux.
- ▶ Corps.