

MP2I : COLLE 1 (25/09/23 AU 29/09/23)

CHAPITRE 1 : RUDIMENTS DE LOGIQUE, RAISONNEMENTS

- ▶ Propositions logiques. Connecteurs logiques (conjonction, disjonction, implication, équivalence). Négation d'une proposition. Contraposée d'une implication.
- ▶ Quantificateurs, négation d'une proposition quantifiée.
- ▶ Principales méthodes de démonstration : disjonction de cas, absurde, contraposée, analyse-synthèse.
- ▶ Récurrences : récurrence simple, double/triple/..., forte.

CHAPITRE 2 : RAPPELS ET COMPLÉMENTS CALCULATOIRES

- ▶ Ensembles de nombres usuels. Propriétés de la relation d'ordre sur \mathbf{R} . Intervalles, classification des intervalles de \mathbf{R} (*admis à ce stade*). Parties de \mathbf{R} majorée, minorée, bornées (caractérisation par la valeur absolue).
- ▶ Rappels sur les puissances, les racines carrées. Utilisation d'une fonction auxiliaire ou d'un tableau de variations pour établir une inégalité.
- ▶ Rappels sur les polynômes : notion de racine, factorisation par $x - \alpha$ si α est une racine, utilisation de changement de variable pour la résolution d'équations/inéquations se ramenant à des équations/inéquations polynomiales.
- ▶ Valeur absolue : définition, propriétés usuelles, inégalité triangulaire (et cas d'égalité), généralisation à une somme de n nombres, inégalité triangulaire renversée. Résolution d'équations/inéquations contenant des valeurs absolues.
- ▶ Partie entière : définition (*l'existence et l'unicité d'un entier k vérifiant $k \leq x < k+1$ est admise à ce stade*), $\lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$ si $n \in \mathbf{Z}$. Pour $n \in \mathbf{Z}$ et $x \in \mathbf{R}$, $n \leq x \Leftrightarrow n \leq \lfloor x \rfloor$. Résolution d'équations/inéquations contenant des parties entières.
- ▶ Factorielle : définition.

CHAPITRE 3 : RAPPELS ET COMPLÉMENTS SUR LES FONCTIONS

- ▶ Domaine de définition d'une fonction d'une variable réelle. Restriction d'une fonction.
- ▶ Égalité de deux fonctions, opérations usuelles sur les fonctions (somme, produit, multiplication scalaire).
- ▶ Graphe d'une fonction, image, antécédent, lecture graphique.
- ▶ Fonctions à valeurs dans un ensemble A , image d'une fonction f (notation $\text{Im } f$) composition de deux fonctions, associativité de la composition.
- ▶ Fonctions monotones, strictement monotones. Monotonie d'une somme, d'une composée.
- ▶ Fonctions paires, impaires, périodiques.
- ▶ Majorant, minorant d'une fonction. Fonctions bornées. Maximum, minimum. Une fonction est majorée (resp. minorée/bornée) ssi son image est majorée (resp. minorée/bornée).
- ▶ Graphes de $x \mapsto f(ax)$, $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(x) + a$, $x \mapsto f(x + a)$, $x \mapsto f(a - x)$. Applications à la réduction du domaine d'étude d'une fonction.
- ▶ Asymptotes (obliques) en $\pm\infty$.

La droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à Γ_f au voisinage de $+\infty$ ssi
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax) = b \end{cases}$$

- ▶ Fonctions continues : définition. La somme/le produit/le quotient/la composée de fonctions continues sont continues. Prolongement par continuité. Si f est continue en a et $u_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} a$, alors $f(u_n) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} f(a)$. *Tous les résultats sont admis à ce stade.*