

DM2 : Indications

Exercice 1

► 3) Justifier que toutes les fonctions (définies sur \mathbb{R}) conviennent.

► 4) Pour le sens \Leftarrow , on pourra considérer par exemple $M = |a| + |b|$ et prouver que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-M \leq f(x) \leq M$.

► 5) Pour le sens \Rightarrow on prendra garde à ne pas soustraire d'inégalités.

Pour le sens \Leftarrow , on pourra donner une valeur fixée à y pour en déduire un encadrement de $f(x)$.

Exercice 2

► 2.a. Procéder par analyse-synthèse, si de tels réels a et b existent, ils doivent notamment vérifier la relation donnée pour $x = 1$ et pour $x = 2$, ce qui doit suffire à déterminer leurs valeurs.

► 2.b. Procéder par récurrence sur n en utilisant $\frac{1}{x_n} = \frac{1}{x_n(x_n + 1)} - \frac{1}{x_n + 1}$.

► 3. On doit trouver que $f = g + h$, avec

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -f(-x) & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ et } h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ f(0) & \text{si } x = 0 \\ f(x) + f(-x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

► 4. Procéder par récurrence **forte** sur n , pour faire apparaître une équation polynomiale de degré 2 satisfaite par x_{n+1} .