

DM1 : Quelques indications

- 4.a. La dérivée de $t \mapsto \left(\frac{x}{y}\right)^t$ n'est pas une dérivée usuelle que vous connaissez. Pour la calculer, revenez à la définition des puissances donnée en introduction (avec des logarithmes et des exponentielles).
- 4.c. Par définition même d'une fonction croissante, si $p < q$, alors $f(p) \leq f(q)$. Transformer cette inégalité pour aboutir à l'inégalité souhaitée.
- 6.b. Appliquer d'abord la question 1 avec $a = \frac{x_1 + \dots + x_{2n}}{2^n}$ et $b = \frac{x_{2n+1} + \dots + x_{2n+1}}{2^n}$. Puis appliquer deux fois l'hypothèse de récurrence pour minorer ces deux sommes, et enfin utiliser les résultats de la question 5.
- 7. Pour l'inégalité, on notera que l'inégalité arithmético-géométrique de la question 6 peut notamment être appliquée aux réels $\frac{1}{x_1}, \dots, \frac{1}{x_n}$.
- 9.a. Distinguer les cas $r \geq 1$ et $r \leq 1$.
- 11. Sommer les inégalités de la question 10 en donnant au couple (i, j) toutes les valeurs possibles avec i et j variant entre 1 et n .
En déduire par exemple que $\left(\sum_{i=1}^n x_i^p\right) \left(\sum_{j=1}^n x_j^{q-1}\right) \leq \left(\sum_{i=1}^n x_i^q\right) \left(\sum_{j=1}^n x_j^{p-1}\right)$ et de là en déduire l'inégalité souhaitée.